

Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens

Verhältniswahlssysteme im Überblick

Thomas Dähler

1

Themen

- Die Krux mit der Gerechtigkeit
- Quotenmethoden und Divisormethoden
- Proporzmethoden innerhalb eines Wahlkreises
 - D'Hondt (mit Hagenbach-Bischoff)
 - Sainte-Laguë / Schepers
 - Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren
- Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren
- Fazit / Literatur

parliaments.ch/proporz 2

2

Die Krux mit der Gerechtigkeit

parliaments.ch/proporz 3

3

Die Krux mit der Gerechtigkeit

- Mandatsansprüche im Allgemeinen nicht ganze Zahlen

$$\frac{\text{Parteistimmen A}}{\text{Summe aller Parteistimmen}} \cdot \text{zu vergebende Sitze} = \text{Mandatsanspruch Partei A}$$

$$\frac{24'5098 \text{ (Parteistimmen A)}}{63'121 \text{ (Summe der Parteistimmen)}} \cdot 7 \text{ (zu vergebende Sitze)} = 2.718 \text{ (Anspruch A)}$$

- Ziel jeder Proporzmethode:
 die Parteienstärke bzw. die Mandatsansprüche möglichst gut und gerecht auf ganzzahlige Mandate abzubilden.

parliaments.ch/proporz 4

4

Quotenmethoden und Divisormethoden

- Divisormethoden
 - Vorgehen A): Stimmen dividiert durch Schlüssel, Rundung
 - Vorgehen B): Sukzessive Zuteilung der Mandate
- Quotenmethoden:
 - 1. Hauptzuteilung
 - 2. Restmandate
- Viele verschiedene Verfahren, zum Teil identisch.

parliaments.ch/proporz 5

5

Proporzmethoden und -verfahren innerhalb eines Wahlkreises

Rundung:	Abrundung	kaufm. Rundung
Vorteil für:	Grosse Parteien	ausgeglichen
Methoden:	Divisormethoden: Suche eines Divisors, der mit Anwendung einer bestimmten Rundungsregel so viele Sitze verteilt, wie zu vergeben sind.	
Verfahren:	D'Hondt = Jefferson	Sainte-Laguë = Webster, Schepers
Varianten:	Hagenbach-Bischoff	Hill-Huntington / Dean
Anwendung:	D'Hondt: D: 3 Länder Hagenbach-Bischoff: CH: NR, elf Kantone	Sainte-Laguë: CH: BS + GL, D: Bundestag, 6 Länder
		Quotenmethoden: 1. Hauptverteilung 2. Restmandate
		Hare-Niemeyer (D) = Hamilton (USA) = Bruchzahlverfahren (CH)
		WTA und v. a.
		CH: VD und TI, D: 7 Länder z.B. auch DK, I, GR, UA

parliaments.ch/proporz 6

6

Wichtige Proporzverfahren

- innerhalb eines Wahlkreises:
 - D'Hondt (mit Kurzvariante Hagenbach-Bischoff)
 - Sainte-Laguë / Schepers
 - Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren
- über mehrere Wahlkreise:
 - Doppelproporz

parliaments.ch/proporz 7

7

D'Hondt (mit Hagenbach-Bischoff)

- USA: Methode Jefferson; Europa: Methode D'Hondt
- Stimmen geteilt durch 1, 2, 3 usw. in Tabelle
- Mandate der Reihe nach an die grössten Quotienten
- **Divisor-Verfahren mit Abrundung**

parliaments.ch/proporz 8

8

D'Hondt (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Liste	Sitze	An- spruch	Stimmen	Divisoren für Verfahren D'Hondt (1,2,3,..)					Sitze 1..9
				1	2	3	4	5	
SVP	5	3.556	27668	27668 1.	13834 2.	9223 4.	6917 6.	5534 9.	
SP	1	1.066	8291	8291 5.	4146	2764	2073	1658	
FDP	2	1.606	12495	12495 3.	6248 8.	4165	3124	2499	
CVP	0	0.226	1761	1761	881	587	440	352	
Grüne	1	0.886	6893	6893 7.	3447	2298	1723	1379	
glp	0	0.319	2482	2482	1241	827	621	496	
EVP	0	0.644	5014	5014	2507	1671	1254	1003	
EDU	0	0.677	5268	5268	2634	1756	1317	1054	
LOVB	0	0.020	153	153	77	51	38	31	
	9	9.000	70025						

Divisor für Divisorverfahren: ca. 5400 [5270..5530]

parliaments.ch/proporz

9

9

Hagenbach-Bischoff

- Vereinfachtes Verfahren nach D'Hondt
- Vorabzuteilung: sichere Mandate (Stimmen / Mandate+1)
- Restzuteilung: Sukzessive Zuteilung der Mandate analog D'Hondt
- Verfahren ist ergebnisidentisch mit D'Hondt

- Erfinder:
 Prof. Eduard Hagenbach-Bischoff
 1833 - 1910
 Physikprofessor an der Uni Basel
 und Politiker (Grossratspräsident BS 1885)



parliaments.ch/proporz

10

10

Hagenbach-Bischoff (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Liste	Sitze	Anteil	Stimmen	: 1. VZ	Stimmen / (bereits verteilte Mandate +1)			
					1. Restmandat	2. Restmandat	3. Restmandat	4. Restmandat
SVP	5	3.556	27668	:7003 = 3	6917 +1 4	5534 4	5534 4	5534 +1 5
SP	1	1.066	8291	:7003 = 1	4146 1	4146 1	4146 1	4146 1
FDP	2	1.606	12495	:7003 = 1	6248 1	6248 1	6248 +1 2	4165 2
CVP	0	0.226	1761	:7003 = 0	1761 0	1761 0	1761 0	1761 0
Grüne	1	0.886	6893	:7003 = 0	6893 0	6893 +1 1	3447 1	3447 1
glp	0	0.319	2482	:7003 = 0	2482 0	2482 0	2482 0	2482 0
EVP	0	0.644	5014	:7003 = 0	5014 0	5014 0	5014 0	5014 0
EDU	0	0.677	5268	:7003 = 0	5268 0	5268 0	5268 0	5268 0
LOVB	0	0.020	153	:7003 = 0	153 0	153 0	153 0	153 0
	9	9.000	70025	5	6	7	8	9

parliaments.ch/proporz

11

11

D'Hondt und Hagenbach-Bischoff

- Abrundung der Mandatsansprüche
- Grosse Parteien werden bevorzugt
- Ziel: Prozentuale **Über**vertretung im Parlament verhindern (Untervertretung wird in Kauf genommen)
- Kumulation des Effekts über mehrere Wahlkreise (z.B. im Nationalrat über alle Kantone) kann grössere Verzerrungen ergeben

parliaments.ch/proporz

12

12

Sainte-Laguë / Schepers

- D'Hondt: Divisoren natürliche Zahlen (1, 2, 3, 4, 5...)
- Sainte-Laguë: Divisoren alle ungeraden Zahlen (1, 3, 5, 7...)
- F: André Sainte-Laguë; D: Hans Schepers; USA: Daniel Webster
- Tendenziell Standard-Rundung der Mandatsansprüche (0.5-Regel)
- Keine systematische Benachteiligung kleiner Parteien
- Entspricht Divisorverfahren mit Standard-Rundung

parliaments.ch/proporz

13

13

Sainte-Laguë / Schepers (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Liste	Sitze	Anspruch	Stimmen	Divisoren für Sainte Laguë (1,3,5..)		
				1	3	5
SVP	3	3.556	27668	27668 1.	9223 3.	5534 6.
SP	1	1.066	8291	8291 4.	2764	1658
FDP	2	1.606	12495	12495 2.	4165 9.	2499
CVP	0	0.226	1761	1761	587	352
Grüne	1	0.886	6893	6893 5.	2298	1379
glp	0	0.319	2482	2482	827	496
EVP	1	0.644	5014	5014 8.	1671	1003
EDU	1	0.677	5268	5268 7.	1756	1054
LOVB	0	0.020	153	153	51	31
	9	9.000	70025			

parliaments.ch/proporz

14

14

Sainte-Laguë / Schepers

- Schweiz: Basel-Stadt und Glarus
- Deutschland: Bundestag (seit 2008) und sechs Bundesländer
- Oberzuteilung beim Doppelproporz in der Regel in der Form des Divisorverfahrens

parliaments.ch/proporz

15

15

Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Quotenmethode
- 1. Phase: Abgerundete Mandatsansprüche
- 2. Phase: Restmandate an grösste Nachkomma-Anteile
- Intuitiv gerecht, plausibel und leicht nachvollziehbar
- Unerwünschte Effekte, unlogische Sprünge
 - Sitzzuwachsparadoxon (Alabama-Paradoxon)
 - Wählerzuwachsparadoxon

parliaments.ch/proporz

16

16

Bruchzahlverfahren (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

	Stimmen	Anspruch	V-M	Rest	R-M	Total
SVP	27668	3.556	3	0.556		3
SP	8291	1.066	1	0.066		1
FDP	12495	1.606	1	0.606	+1	2
CVP	1761	0.226	0	0.226		0
Grüne	6893	0.886	0	0.886	+1	1
glp	2482	0.319	0	0.319		0
EVP	5014	0.644	0	0.644	+1	1
EDU	5268	0.677	0	0.677	+1	1
LOVB	153	0.020	0	0.020		0
	70025	9.000	5		4	9

parliaments.ch/proporz

17

17

Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Sitzzuwachs-Paradoxon (Alabama-Paradoxon):
 Eine Partei kann ein Mandat verlieren, wenn bei gleichem Wahlergebnis insgesamt mehr Mandate zu verteilen sind (unlogische Sprünge).
- Wählerzuwachs-Paradoxon:
 Stimmenzuwachs oder -verlust einer Partei bewirken eine Mandatsverschiebung zwischen zwei anderen Parteien.

parliaments.ch/proporz

18

18

Alabama-Paradoxon (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Bruchzahlverfahren	Stimmen	Sitzverteilungs-Varianten mit anderen Mandatszahlen im Bruchzahlverfahren																				
		9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.							
SVP	27668	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9							
SP	8291	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3							
FDP	12495	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4							
CVP	1761	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0							
Grüne	6893	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2							
glp	2482	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1							
EVP	5014	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1							
EDU	5268	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2							
LOVB	153	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0							
	70025	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22							

parliaments.ch/proporz

19

19

Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Schweiz: Kantone VD und TI
- Deutschland: sechs Bundesländer (bis 2008 auch Bundestag)
- Abkehr von Quotenmethoden

parliaments.ch/proporz

20

20

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

- Kurz Doppelproporz: verteilt Parlamentsmandate auf Parteien über mehrere Wahlkreise
- Bundesgericht rügte sehr kleine Wahlkreise für Proporzahlen und postuliert indirekt Richtgrösse: mindestens zehn Mandate pro Wahlkreis
- 2003 Zürcher Kantonsrat: drei Wahlkreise mit 4 oder 5 Mitgliedern
- 2002 Gemeinderat Stadt Zürich: ein Wahlkreis nur 2 Mitglieder
- Auftrag Zürcher Regierung an Prof. F. Pukelsheim für ein neues Verfahren:
 - Beibehaltung der bisherigen Wahlkreise
 - Erfolgswertgleichheit aller Stimmen

parliaments.ch/proporz

21

21

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

- Oberzuteilung:
 - Umrechnen aller Wählerzahlen in Mandate (Fraktionsstärke)
- Unterzuteilung:
 - Jeder Wahlkreis und jede Partei Divisor
 - Wählerzahlen durch beide Divisoren geteilt
 - Standard-Rundung dieses Quotienten ergibt Zahl der Sitze einer Partei im Wahlkreis

parliaments.ch/proporz

22

22

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

Partei	Sitze Total	Bezirk Iggswil	Bezirk Ypslikon	Bezirk Zettheim	Partei-divisor
	40	8	22	10	
AVP	12	1471 2	3602 8	701 2	0.99
BVP	21	2306 3	5237 11	2324 7	1.06
CVP	7	1465 3	1357 3	370 1	0.88
Wahlkreisdivisor		641.77	454.22	314.43	
Quotienten aus der Division der Stimmen durch beide Divisoren		2.327	8.050	2.263	
		3.386	10.864	6.964	
		2.582	3.379	1.331	

parliaments.ch/proporz

23

23

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

Finden der Divisoren

- Iteratives Verfahren (Annäherungsrechnung)
- Veränderung der Divisoren solange, bis alle Vorgaben erfüllt
- Verfahren gesetzlich nur indirekt formuliert (Beispiel Kanton AG):

Die Staatskanzlei legt für jeden Wahlkreis und für jede Partei einen Divisor so fest, dass jeder Bezirk die ihm vom Grossen Rat zugeteilte Zahl von Mandaten erhält und jede Partei die ihr gemäss Oberzuteilung zustehende Zahl von Sitzen erhält.

parliaments.ch/proporz

24

24

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

Vorteile Doppelproporz

- Regional proportionale Vertretung und die proportionale Verteilung im ganzen Parlament
- Es ist das "gerechteste" aller möglichen Verfahren, weil keine Parteistimmen unberücksichtigt bleiben

Nachteile Doppelproporz

- Innerhalb eines Wahlkreises werden Parteipräferenzen u. U. nicht abgebildet
- Herumschieben von Mandaten zwischen Wahlkreisen erregt Unmut
- Bestimmung der Divisoren nicht "mit Papier und Bleistift" nachvollziehbar

parliaments.ch/proporz

25

25

Fazit

	Gerechtigkeit	Nachvollziehbarkeit	Paradoxe Effekte
D'Hondt / Hagenbach-Bischoff	ungenügend	gut	keine
Sainte Laguë / Schepers	gut	gut	keine
Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren	gut	gut	vorhanden
Doppelproporz / Pukelsheim	optimal	teilweise	keine

parliaments.ch/proporz

26

26

Literatur



Sitzzuteilungsmethoden

Ein Kompaktkurs über Stimmenverrechnungsverfahren in Verhältniswahlssystemen

Friedrich Pukelsheim

Verlag Springer Berlin



Parlamentswahlrecht der Kantone

Andreas Glaser, Corsin Bisaz, Nicolas Aubert, Julian-Ivan Beriger, Nevin Martina Bucher, Marco Ehrat u.a.

DIKE Verlag



Wahlen und Wahlsysteme

Allgemeiner Überblick über Wahlsysteme in aller Welt

Joachim Behnke, Florian Grotz, Christof Hartmann

Verlag De Gruyter

parliaments.ch/proporz

27

27

Präsentation und weitere Unterlagen

www.parliaments.ch/proporz

17.06.2022 Aarau

parliaments.ch/proporz

28

28